

<群馬県教育委員会 オンラインサポート授業>
数 学 中学2年「式の利用 ～数の性質の説明～」【要点資料】

<くめあて>いつでも数の性質が成り立つことを説明するにはどうすればよいか？

<問題>下の計算をして気づいたことを書こう。

○気づいたこと

$5+6+7=18$
 $14+15+16=45$
 $20+21+22=63$

- 連続する3つの整数の和
- 和が3の倍数
- 和が真ん中の数の3倍
- etc

他の数でも成り立つのかな？

例えば

$(-5)+(-4)+(-3)=-12$

3の倍数

$\times 3$

どのような連続する3つの整数の和であっても、このことが成り立つことを説明するにはどうしたらよいか？

文字を使って説明する

説明

連続する3つの整数を $n, n+1, n+2$ と表す。
 それらの和は

$$n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$$

$3 \times (\text{整数})$

$n+1$ は整数だから $3(n+1)$ は3の倍数である。
 したがって、連続する3つの整数の和は3の倍数である。

連続する3つの整数の和は3の倍数である

Point 連続する3つの整数を文字を使って表すと？

整数 $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

$+1 \quad +1 \quad +1 \quad +1 \quad +1$

ある整数を n とすると、次の整数は $n+1$ と表せる

$\dots, n-2, n-1, n, n+1, n+2, \dots$

$+1 \quad +1 \quad +1 \quad +1 \quad +1$

Point 3の倍数であることを説明するには？

3の倍数は $\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots$

$3 \times (\text{整数})$

文字で表した連続する3つの整数の和が $3 \times (\text{整数})$ になることを示せばよい

<問題>奇数と奇数との和はどんな数になるか？

例えば

$1+3=4$
 $5+13=18$
 $17+21=38$

奇数+奇数=偶数

いつでも、このことが成り立つことを説明するにはどうしたらよいか？

文字を使って説明する

奇数と奇数との和は偶数である

Point 奇数を文字を使って表すと？

偶数 $\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots$

2の倍数 \dots 偶数を $2n$ とする。(ただし n は整数)

$+1$

奇数 $\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots$

偶数+1 \dots 奇数は $2n+1$ となる。(ただし n は整数)

Point 2つの奇数を文字を使って表すと？

2つの奇数を $2n+1, 2n+1$ と表す。✗

※2つの奇数が同じとは限らない

2つの奇数を $2n+1, 2n+3$ と表す。✗

※連続する2つの奇数とは限らない

どうすればよいか？ 異なる文字を使う！

2つの奇数を $2m+1, 2n+1$ と表す。○

<問題>「偶数から奇数を引いた差は奇数である」ことを文字を使って説明しなさい。

説明の前に...例えば

$12-5=7$

偶数-奇数=奇数

具体的な数字で考えてみると...

説明

偶数、奇数をそれぞれ $2m, 2n+1$ と表す。

ただし、 m, n は整数とする。

それらの差は

$$2m - (2n+1) = 2m - 2n - 1 = 2(m-n) - 1$$

$2 \times (\text{整数}) + 1$
 もしくは
 $2 \times (\text{整数}) - 1$

$m-n$ は整数だから $2(m-n)-1$ は奇数である。

したがって、偶数から奇数を引いた差は奇数である。

奇数と奇数との和は偶数である

説明

2つの奇数をそれぞれ $2m+1, 2n+1$ と表す。

ただし、 m, n は整数とする。

それらの和は

$$(2m+1) + (2n+1) = 2m+2n+2 = 2(m+n+1)$$

$2 \times (\text{整数})$

$m+n+1$ は整数だから $2(m+n+1)$ は偶数である。

したがって、奇数と奇数との和は偶数である。

<まとめ>・文字を使った式を目的に応じて利用することで数の性質を説明することができる。

・どのように文字を置くのかがポイント。